

XX Seminário de Pesquisas em Engenharia Mecânica

www.uff.br/petmec

1/2021

Estudo da Integral-J em material hiperelástico submetido ao modo I de carregamento

Lucas Macedo Barboza

Engenharia Mecânica

Email: lucasmacedo@id.uff.br

Resumo: Este trabalho tem por objetivo a avaliação da Integral-J de linha e Integral-J de área ao redor da ponta de uma trinca em um material hiperelástico submetido ao modo I de carregamento. Busca-se comparar os valores obtidos em cada um dos casos e verificar se são equivalentes. Para isso, realizou-se um estudo acerca das propriedades dos materiais elastoméricos e da Integral-J de linha e Integral-J de área. Utilizou-se uma borracha de silicone como material e a técnica de Correlação de Imagens Digitais foi empregada para obter os campos de deslocamento no corpo de prova. Através de programas implementados computacionalmente, foram obtidos os dados para estimar o valor da Integral-J, isto é, os campos de deformação e tensão, e a energia de deformação. Assim, foi possível concluir que as curvas da Integral-J de linha e de área apresentam comportamentos similares, visto que uma está contida no erro da outra. Também se verificou que, para uma região longe da singularidade, a Integral-J de linha apresenta o mesmo valor independente da trajetória escolhida ao redor da ponta da trinca.

Palavras-chave: Integral-J, linha, área, hiperelástico.

1. INTRODUÇÃO

Devido a algumas características vantajosas como o baixo peso e resistência a corrosão, os materiais poliméricos são cada vez mais empregados no cotidiano da população mundial, em comparação com outros materiais, como os metálicos ou cerâmicos. Os polímeros

estão presentes nas mais diversas aplicações, podendo ser empregados em condições menos severas de temperatura e pressão, como uma simples caneta, e até mesmo em condições mais extremas, como na indústria offshore.

Objetivo principal deste trabalho consiste em estudar a tenacidade à fratura de um polímero elastomérico através dos dados de ensaios utilizando o modo I de carregamento. A fim de atingir tal propósito, serão escolhidos na literatura para quantificar a tenacidade à fratura os métodos da Integral-J de linha e Integral-J de área.

Os parâmetros necessários para o Cálculo da Integral-J, como os campos de deslocamento, deformação e tensão, serão obtidos experimentalmente a partir da Correlação de Imagens Digitais, que apresenta a capacidade de medir com precisão grandes e pequenas deformações sem a necessidade de contato físico com o corpo de prova.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os elastômeros, que serão utilizados como corpo de prova no presente trabalho, apresentam cadeias moleculares interconectadas por ligações cruzadas, produzidas a partir do processo de vulcanização, ou cura. Esses materiais atingem a ruptura com elevada deformação elástica, sem que ocorram deformações permanentes.

Uma das principais causas para queda da resistência mecânica em componentes estruturais é a presença de trincas, a partir das quais pode originar-se uma falha. Tendo isso em vista, os

primeiros estudos da Mecânica da Fratura Linear Elástica foram realizados por Griffith [1], em 1921.

Dessa forma, foram desenvolvidos ao longo do tempo métodos para analisar e quantificar a propagação de trincas. Em 1957, Irwin [2] propôs o fator de intensidade de tensão, usado para prever o estado de tensão na ponta da trinca. Posteriormente, em 1963, o conceito de deslocamento da abertura da ponta da trinca (*CTOD – Crack-Tip Opening Displacement*) foi proposto por Wells [3].

Dado que a presença de uma região plástica impõe limitações a uma abordagem sob a ótica da fratura linear elástica, e com o avanço dos estudos no campo da mecânica da fratura, Rice [4] propôs em 1968 o método da Integral-J de linha. Esse método possibilita quantificar a tenacidade à fratura utilizando um caminho fechado ao redor da ponta da trinca.

Posteriormente, em 1985, Li *et al.* [5] propuseram uma expressão análoga à integral de Rice, em termos da integral de volume usando o teorema da divergência. Essa integral de volume pode ser convertida para uma integral de área no caso de problemas bidimensionais.

Um material pode ser considerado hiperelástico se for descrito por uma função de energia de deformação, que representa o acúmulo de energia mecânica no corpo quando este sofre deformação. No presente trabalho destaca-se a contribuição de Yeoh [6] para descrever o comportamento mecânico do material hiperelástico analisado neste estudo.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Materiais

Os corpos de prova foram fabricados com uma matriz de borracha líquida de silicone branca modelo 4-150 RTV da empresa Moldflex. Conforme informações do fabricante, essa é uma borracha de baixo custo vulcanizada por condensação à temperatura ambiente. O material apresenta boa elasticidade e resistência à tração, com uma baixa viscosidade e dureza 18 Shore A.

3.2. Correlação de Imagens Digitais

A correlação de imagens digitais é uma técnica de medição óptico-numérica, que permite determinar campos de deslocamento e deformação na superfície de objetos sob qualquer tipo de carregamento [7].

Essa técnica é baseada no seguinte procedimento: são obtidas imagens do corpo de prova antes, durante e após a sua deformação, que serão processadas por meio de um software apropriado. No início do ensaio é feito o registro de uma imagem de referência. Ao longo da aplicação do deslocamento são capturadas diversas imagens a fim de acompanhar o deslocamento.

Durante o processamento computacional uma região do corpo de prova é selecionada para ter o seu deslocamento acompanhado, sendo dividida em pequenas sub-regiões conhecidas como sub-imagens de referência. O programa computacional de correlação de imagens digitais irá procurar essas pequenas sub-regiões nas imagens deslocadas até achar uma correspondência e assim, determinar o deslocamento da sub-região. Esse procedimento é feito em todas as imagens até se obter o campo de deslocamento completo do ensaio [8].

3.3. Procedimento experimental

Foram realizados ensaios utilizando 3 corpos de prova planares, todos com tamanho inicial da trinca de 20 mm, que foram feitas utilizando um estilete. Nos 3 corpos de prova utilizados, o comprimento da região útil entre as garras do aparato experimental foi cerca de 8 vezes maior que a altura. Além disso, a espessura do material é muito menor que as dimensões de comprimento e altura, tornando possível a consideração de um estado plano de tensões.

Tais corpos de prova foram fixados em uma máquina universal de tração, que realizou um movimento quase-estático com sua garra superior, com uma velocidade constante de 8 mm/min e temperatura constante, caracterizando o Modo I de fratura. Nesse modo de carregamento é aplicada uma carga de tração normal ao plano da trinca, promovendo a sua abertura e a sua propagação. A célula de carga aplicada foi de 50 kgf.

Para a captura das imagens durante o ensaio, utilizou-se uma câmera de alta resolução Sony XCD-SX910 com lente MLH 10x. Esse equipamento foi posicionado perpendicular à superfície plana do corpo de prova, de forma que fosse possível capturar imagens da região da trinca. O tempo de aquisição das imagens estabelecido foi de 0,5s.

As imagens dos 3 corpos de prova foram processadas utilizando um software de correlação de imagens digitais. Para isso foi realizada a calibração das imagens de pixel para milímetro,

com um fator de calibração de 42,4 pixels/mm, e foi utilizada uma malha retangular de 48x48 elementos.

4. MODELO CONSTITUTIVO

Um conceito essencial na caracterização de um material hiperelástico é a energia de deformação, W . A energia de deformação representa o acúmulo de energia mecânica no corpo quando este é deformado, sendo função apenas dos componentes de deformação.

Nesse trabalho será utilizado o modelo de energia de deformação de Yeoh [6], que assume a independência em relação ao segundo invariante, I_2 [9]. Portanto, W será escrita em função apenas do primeiro invariante, I_1 .

Para os materiais hiperelásticos, incompressíveis e isotrópicos, adotando-se também a consideração de estado plano de tensões, o tensor tensão de Cauchy é dado pela expressão a seguir, sendo \mathbf{I} a matriz identidade, \mathbf{B} o tensor de Cauchy-Green à esquerda e λ_3 o estiramento correspondente a espessura do material:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2 \frac{dW}{dI_1} (\mathbf{B} - \lambda_3 \mathbf{I}) \quad (1)$$

O modelo de Yeoh [7] de ordem 3 é descrito da seguinte forma:

$$W = \sum_{n=1}^3 C_{n0} (I_1 - 3)^n \quad (2)$$

onde as constantes C_{10} , C_{20} e C_{30} são parâmetros do material. No caso da borracha de silicone os valores são indicados na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros do silicone [10]

C_{10}	0,149 MPa
C_{20}	0,029 MPa
C_{30}	0,012 MPa

5. INTEGRAL-J

A Integral-J pode ser definida como a variação da energia potencial do material devido a propagação da trinca, quantificada por Rice [4] da seguinte maneira:

$$\int_{\Gamma} \left[W dx_2 - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} ds \right] \quad (3)$$

sendo cada grandeza da integral definida como:

- Γ é o caminho fechado ao redor da trinca, com início na parte inferior da trinca, seguindo em sentido anti-horário até a sua parte superior.
- \mathbf{u} é o vetor deslocamento.
- W é a densidade de energia de deformação.
- x_2 é a direção perpendicular ao sentido de propagação da trinca; x_1 é o sentido de propagação da trinca.
- \mathbf{T} é o vetor que representa as tensões normais ao contorno Γ

Embora seja usual, o cálculo da Integral-J utilizando um contorno ao redor da ponta da trinca não oferece alto grau de precisão e pode ser matematicamente complexo dependendo da trajetória escolhida [11]. Li *et al.* [5] propuseram uma expressão equivalente em termos da integral de volume usando o teorema da divergência. Essa integral de volume pode ser convertida para uma integral de área no caso de problemas bidimensionais, resultando em:

$$J = \int_A \left(\sigma_{ij} \frac{du_i}{dX_1} - W \delta_{1j} \right) \frac{\partial q}{\partial X_j} dA \quad (4)$$

Sendo cada grandeza da integral definida como:

- A é uma área cercada por contornos arbitrários contendo a ponta da trinca. Esse contorno se inicia na parte superior da trinca e termina na parte inferior.
 - \mathbf{u} é o vetor deslocamento.
 - W é a densidade de energia de deformação
 - δ_{1j} é o delta de Kronecker, definido da seguinte forma:
- $$\delta_{1j} = \begin{cases} 1, & \text{se } j = 1 \\ 0, & \text{se } j = 2 \end{cases} \quad (5)$$
- q é uma função que impõe uma translação na direção x_1 nos pontos materiais dentro do contorno interno, enquanto os pontos no contorno externo permanecem fixos, isto é, representa a propagação virtual da trinca.

6. RESULTADOS

A Figura 1 exibe a curva da Integral-J de linha em função do deslocamento da ponta da trinca, da , obtido ao se utilizar 3 diferentes trajetórias ao redor da ponta da trinca. A trajetória 1 é a mais externa, e a trajetória 3 a mais interna, isto é, a mais próxima da ponta da trinca.

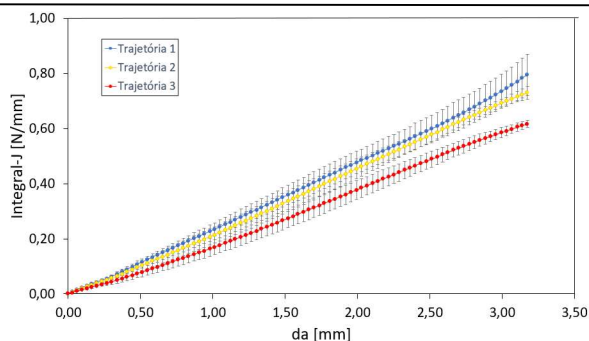


Figura 1 - Integral-J de linha nas três trajetórias. Fonte: Autor

Nota-se que os valores obtidos utilizando a trajetória 3, ou seja, a trajetória mais interna, se distanciam dos resultados atingidos nas trajetórias 1 e 2. Isso se explica pelo fato da trajetória 3 estar mais próxima da trinca, onde há influência da singularidade de tensão da ponta da trinca.

Os resultados alcançados com as trajetórias 1 e 2 coincidem qualitativamente, pois suas respectivas barras de erro se interceptam durante toda a curva. Portanto, em regiões que não sofrem influência da singularidade da ponta da trinca, a Integral-J de linha independe da trajetória escolhida.

A Figura 2 ilustra a comparação entre a Integral-J de linha e de área, calculadas utilizando os dados dos ensaios de fratura dos 3 corpos de prova realizados nesse trabalho.

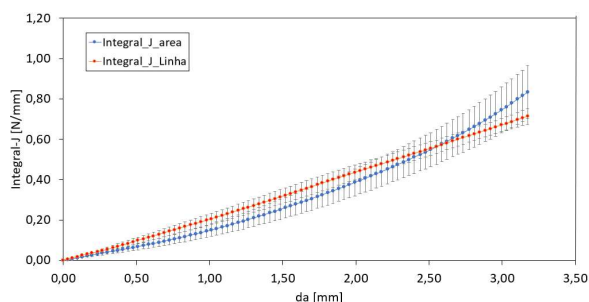


Figura 2 - Integral-J de linha e Integral-J de área. Fonte: Autor

Percebe-se que, embora haja uma proximidade dos valores, não há uma igualdade no comportamento das curvas da Integral-J de linha e de área. Isto é, a Integral-J de área apresenta um comportamento não-linear mais severo que a Integral-J de linha. Essa diferença entre as curvas é considerada normal e esperada devido ao ajuste do campo de deslocamento.

Pode-se verificar através das curvas que os resultados da Integral-J de linha e da Integral-J

de área coincidem qualitativamente, visto que as barras de erro se interceptam em todo o gráfico. Portanto, os resultados obtidos são satisfatórios e atendem ao objetivo inicial do trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] Griffith A. A. The phenomena of rupture and flow in solids. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, p.163–198, 1921.
- [2] Irwin, G.R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics, v. 24, p. 361–364, 1957.
- [3] Wells, A.A. Application of fracture mechanics at and beyond general yielding. Br Weld J, v. 10, p. 563-570, 1963.
- [4] Rice, J.R. A Path Independent Integral and the Aproximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. Journal of Applied Mechanics, v. 35, p. 379-386, 1968.
- [5] Li F.Z., Shih C.F., Needleman, A. A comparison of methods for calculating energy release rates. Engineering Fracture Mechanics. V. 21, p. 405-421, 1985.
- [6] Yeoh, O.H. Rubber Chemistry and Technology. V. 66, p. 754-771, 1993.
- [7] Sutton, M.A., McNeill, S.R., Helm, J.D., Chao, Y.J. Advances in two-dimensional and three-dimensional computer vision. Photomechanics Topics in Applied Physics, v. 77, p. 323-372, 2000.
- [8] Medina, J.A.H. Avaliação de previsões de fratura elastoplástica. Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2014.
- [9] Pereira, A.L. Cisalhamento simples em material hiperelástico submetido a grandes deformações. Dissertação de mestrado, Universidade Federal Fluminense, 2013.
- [10] Benevides, R.O. Comportamento mecânico da borracha de silicone reforçada com diferentes concentrações de nanopartículas de alumina. Dissertação de mestrado, Universidade Federal Fluminense, 2015.
- [11] Becker T.H., Mostafavi M., Tait R.B., Marrow T.J. An approach to calculate the J-integral by digital image correlation displacement field measurement. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, V. 35, p. 971-984, 2012.